العنوان:	الإحصاء المكاني في تقدير التلوث البيئي
المؤلف الرئيسي:	البياتي، جعفر موسى
مؤلفين آخرين:	قاسم، محمد نذير إسماعيل(مشرف)
التاريخ الميلادي:	2004
موقع:	الموصل
الصفحات:	1 - 48
رقم MD:	558170
نوع المحتوى:	رسائل جامعية
اللغة:	Arabic
الدرجة العلمية:	رسالة ماجستير
الجامعة:	جامعة الموصل
الكلية:	كلية التربية
الدولة:	العراق
قواعد المعلومات:	Dissertations
مواضيع:	الأحصاء ، تلوث البيئة، الدوال الرياضية ، المعادلات الرياضية
رابط:	http://search.mandumah.com/Record/558170

الإحصـــاء المكـــاني فـــي تقـــدير التلـــوث البيـــئي

مقدمة إلى
مجلس كلية التربية في جامعة الموصل وهي جزء من
متطلبات نيل شهادة الماجستير
في اختصاص الرياضيات

من قبل

جعفر موسى محمد البياتي

باشراف

الأستاذ المساعد

الدكتور محمد نذير إسماعيل قاسم

١٤٢٥هـ **٢٠٠٤م**

بسم الله الرحمن الرحيم

((وَالْعَصْرِ (١) إِنَّ الْإِنْسَانَ
لَفِي خُسْرٍ (٢) إِلَّا الَّذِينَ آمَنُوا
وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ وَتَوَاصَوْا بِالْحَقِّ وَتَوَاصَوْا
بِالصَّبْرِ (٣)))

صدق الله العلي
العظيم
سورة العصر

شكر وتقدير

الحمد والشكر لله رب العالمين رب العزة سبحانه وتعــالى اولا واخــرا والصلاة والسلام على سيدنا ومعلم البشرية محمد صلى الله عليه وآله الطاهرين .

ان واجب التقدير والعرفان بالجميل يدعوني الى ان اقدم جزيل امتنــاني واحترامي كلية التربية ولجميع الجهود التي ساهمت في اعداد هذا البحث .

كما أتقدم بالشكر والتقدير لرئاسة قسم الرياضيات في كلية التربيــة لمــا قدموه لي من تسهيل مهمتي في إنجاز هذا البحث .

ومن منبع تلك الجهود يبدو جليا دور الاستاذ المساعد الفاضل الــدكتور محمد نذير اسماعيل قاسم في اثراء الرسالة واظهارها باســلوب البحــث العلمــي الرصين فله جزيل الشكر والاحترام .

كما اقدم جزيل شكري وتقديري الى الاصدقاء : احسان علــي ســعدون وعلي خضير وصهيب عبد الجبار لما قدموه لي من مساعدة لاكمال هذه الرسالة .

وادعو بالتوفيق الى كل من ساهم في انجاح هذا البحث .

جعفر

قائمة المحتويات

الموضوع	رقم الصفحة
قائمة الجداول	II
قائمة الأشكال	II
قائمة الخرائط	II
قائمة الرموز	III
الفصل الاول : المقدمة	**١–٨**
١.١ الاحصاء المكاني في علم البيئة	٢
١.٢ المفاهيم الاساسية	٤
١.٣ منهجية الطرق الرياضية	٦
١.٤ هدف البحث	٨
الفصل الثاني : الجانب النظري	**٩–٢٦**
٢.١ المقدمة	٩
٢.٢ المتغيرات العشوائية المكانية	٩
٢.٣ خواص المتغيرات العشوائية المكانية	١٠
٢.٣.١ العزوم	١٠
٢.٣.٢ المرحلية (السكون)	١٢
٢.٤ دالة الفايروكرام وخواص المتغيرات العشوائية المكانية	١٢
٢.٥ الفرضية الاساسية للمتغير المكاني	١٥
٢.٦ نماذج دالتي التغاير وشبه الفايروكرام	١٦
٢.٧ طرائق التنبؤ	١٧
٢.٧.١ التنبؤ الابتدائي	١٧
٢.٧.٢ التنبؤ بنقطة	٢١
٢.٧.٣ تنبؤ كريك بدلالة الفايروكرام	٢٤
الفصل الثالث : الجانب التطبيقي	**٢٧–٤٢**
الاستنتاجات والتوصيات	٤٣
المصادر	**٤٤–٤٨**
الملاحق	

قائمة الجداول

رقم الجدول	المحتوى
(١)	نماذج دوال الفايروكرام
(٢)	تراكيز غبار الرصاص في مواقع مدينة الموصل ولأربعة فصول
(٣)	تراكيز غبار الرصاص في المدينة لفصل الخريف مع إحداثياتها
(٤)	نتائج دالة شبه الفايروكرام
(٥)	المواقع المطلوب التنبؤ عنها
(٦)	النتائج الحسابية

قائمة الأشكال

رقم الشكل	المحتوى
(١)	العلاقة بين دالة الفايروكرام ودالة التغاير
(٢)	ظاهرة Nugget effect
(٣)	متغير $z(x_0)$ في الموقع x_0
(٤)	الرسم البياني لدالة شبه الفايروكرام
(٥)	منحني لدالة شبه الفايروكرام
(٦)	دالتا التغارير وشبه الفايروكرام
(٧)	دالة التغاير c(h)

قائمة الخرائط

رقم الخارطة	المحتوى
(١)	مواقع الاحياء التي تم جمع عينات الغبار منها في مدينة الموصل
(٢)	تبين كيفية قياس دالة شبه الفايروكرام
(٣)	مواقع مطلوب التنبؤ عنها

قائمة الرموز

The term	الرمز	المصطلح
Regionalized variable	z(x)	المتغير المكاني في الموقع x
Autocovariance function	$\sigma(h)$	دالة التغاير الذاتي
Variogram function	$2\gamma(h)$	دالة الفايروكرام
Semivariogram function	γ (h)	دالة شبه الفايروكرام
Weight in linear estimator	λ_i	الوزن في المخمن (مقدر) الخطي
Stochastic process	{z (x)}	العملية العشوائية
Covariance matrix	Σ	مصفوفة التغاير
Lagrange multiplier	g , b	مضاعف لاكرانج
Euclidian distance vector	h	متجه المسافة الأقليدية
Kriging estimator variance	$\sigma^2 \hat{z}_0$	تباين مقدر كريك
Kriging variance	σ^2_K	تباين كريك
Variance	σ_{ii}	التباين
Estimator	$\hat{z}(x_0)$	مقدر
Mean squared error	MSE	متوسط مربع الخطأ
Local estimator	$\overline{z(x)}$	مقدر موضعي
Local estimator variance	σ^2_{LE}	التباين في التقدير الموضعي

تتناول هذه الرسالة عملية التنبؤ عن مواقع عشوائية غير مقاسة إعتماداً على المتغيرات العشوائية المكانية Regionalized variables المقاسة ، وذلك باستخدام أسلوب كريك المعروف بـ kriging نسبة إلى D. G. krige ويتمثل هذا الاسلوب بدالة الفايروكرام variogram function أو دالة التغاير الذاتي Autocovariance function للمتغيرات العشوائية المكانية .

وقد تطور الإحصاء المكاني spatial statistics على يد علماء منهم

Matheron (1975) , Journel and Huijbregts (1978), Myers (1985), Stein (1987), Cressie (1991).

وان دراسات الاحصاء المكاني في تطور مستمر وذلك لأهمية هذه الحقل من علم الإحصاء .

تتضمن هذه الرسالة ثلاثة فصول : قدم الفصل الأول نبذة تاريخية عن هذا الحقل لمعرفة أبرز العلماء الذين كان لهم دور في تطويره ، ثم ننتقل إلى إعطاء عدد من المفاهيم الأساسية عن طبيعة الإحصاء المكاني وبعدها تطرقنا إلى المنهجية الرياضية المتمثلة بثلاث خطوات أساسية لأجراء عملية التنبؤ وكذلك يحتوي الفصل على تعريف دالة الفايروكرام variogram function ودالة شبه الفايروكرام semivariogram function .

أما الفصل الثاني فهو العمود الفقري لهذه الرسالة ونستعرض فيه طبيعة المتغيرات العشوائية المكانية وخواصها وكذلك بينا العلاقة بين خواص المتغيرات العشوائية المكانية ودالة الفايروكرام ، كما يحتوي الفصل الثاني على بعض النماذج لدالة الفايروكرام اذ أن هناك عدة نماذج ولها تسميات مختلفة منها الكروي ، والأسي والخطي والكاوسيان وديفيزين De wijsion .

وقد ذكرنا في هذا الفصل أيضاً طرائق التنبؤ ومبرهنات خاصة بهـــا اذ أن هناك ثلاث طرائق لعملية التنبؤ منها التنبؤ الإبتدائي والتنبؤ بالنقطة والتنبؤ بدلالـــة دالة الفايروكرام وكذلك بينا كيفية قياس التقديرات الكلية وكذلك التباين الكلـــي أو الإجمالي ومن خلال هذه القياسات وجدنا فترة الثقة لكمية التلوث ضـــمن حـــدود معينة التي هي بمعامل ثقة ٩٥% .

والفصل الثالث والأخير فيه جانب تطبيقي للدراسة النظرية المـــذكورة فـــي الفصل الثاني . فقد طبقت الدراسة العملية على بيانات مكانية حقيقية فـــي جانـــب تلوث الهواء لمدينة الموصل وكذلك تم حساب دالة شبه الفايروكرام ثم الوصـــول إلى أفضل نموذج تغاير ملائم للبيانات المتوفرة لدينا ثم عرضـــنا كيفيـــة تطبيـــق أسلوب كريك حتى حصلنا على تقدير معّلمة لنموذج التغاير المقترح وبعدها وجدنا التقدير الكلي لمقدار التلوث في مدينة الموصل وكذلك حدود الثقة لهذا المقدار .

تمت الحسابات بكتابة برامج متكاملة بلغة Matlab .

١.١ الإحصاء المكاني في علم البيئة

يتعلق الإحصاء المكاني بمجموعة من المفاهيم الإحصائية الرياضية لوصف إرتباط المتغيرات المكانية الموزعة عشوائياً .

وأن أســاســيات علم الإحصـــــاء المكـــــاني تطـــورت مـــــن قبـــــل Krige, Sichel, and De weijs مـــن خمـــســـــينات القـــــرن العشـــــرين لتقـــدير الإحتـــياطـــي مـــن خـــامـــات الذهـــــب فـــــي جنـــــوب أفـــــريقيا Henley (1981), Clark(1979), David (1977) وقـــدم Matheron (1971) هذا العمل التجريبي الكبير قاعدته النظرية في نظرية المتغيرات الموقعية Regionalized variables theory .

وأستخدمت أساليب تطبيق الإحصاء المكاني في علـــوم الأرض وأصـــبحت تسمى بالإحصاء الجيولوجي وهو أداة إحصائية فعالة أستخدمت لتحليـــل بيانـــات

تراكيز التلوث في مياه الجداول والأنهار والمياه الجوفية والمجالات الجوية في تلوث الهواء وعلى نحو عام التلوث البيئي Pollution سواء كان فوق أو تحت سطح الأرض . انظر Steven and Cressie (1996)

إن السبب الأساسي في إستخدام أساليب الإحصاء الجيولوجي هو كونها تتضمن تقنيات التقدير المبنية على نظرية المتغيرات المكانية التي من الممكن إستخدامها للحصول على أفضل تقدير خطي (اذ أن خطأ التقدير يكون أصغر ما يمكن) وأن تراكيز التلوث المقدرة معطاة بشكل ترابط خطي لتراكيز المشاهدة ومن خلال هذا التقدير وبحساب مقدار الخطأ فيه ، يمكن وضع البرامج الإختبارية ذات الفعالية لعلاج التلوث وإجراء تنبؤ أمثل لإستخلاص الملوثات وكميتها الموجودة في الجو أو في باطن الأرض . لقد بحث الكثير من العلماء تطبيقات الإحصاء المكاني لوصف التوزيع المكاني للملوثات في الهواء وفي التربة فقد أستخدم (1978) Barnes تقنية التقدير المستخدمة في الإحصاء الجيولوجي والمعروفة بالأسم Kriging لرسم توزيع أربعة نظائر مشعة موجودة في منطقة إختبارات الأسلحة النووية .

وواكب (1980) Barnes اخرون التحليل نفسه لستة نظائر المشعة في إختبار موقع أسلحة مشعة (Enewatak Atoll) وأستخدم (Myers and Bryan 1984) أسلوب Kriging لرسم تراكيز الرصاص بالقرب من موقعين لصهر الرصاص وكانا قادرين على إستخدام تلك الخرائط لتعين مصادر تلوث بمادة رصاص وتشخيص المساحات الملوثة بهذه المادة . كما قام Harris and Zirschky (1986) بإستخدام Kriging لتحليل توزيع رواسب التلوث بمادة الدايوكسين .

وهناك بحوث خاصة بتطبيق الإحصاء المكاني لوصف التوزيع المكاني لملوثات المياه الجوفية الواقعة بالقرب من مواقع رمي النفايات فقد قام كل من Moor and Mclaughlin (1980) برسم التلوث بمناطق التلوث بتراكيز مادة الرويثينوم وهي مادة سامة تتواجد في المياه الجوفية التي تقع بالقرب من مواقع

نفايات . وتفيد التقارير من خلال البحوث الاحصاء المكاني بأن دراسات الجيو الإحصائية المطبقة على مشاكل تلوث البيئة لم يتم تطويرها إلى الحد الذي يطمح اليه العلماء على الرغم من أن القواعد النظرية المنهجية لهذا العلم قد تم وصفها في بحوث الإحصاء المكاني على نحو كامل وهذه البحوث يتعذر لغير الإختصاصين بلوغها أحياناً . سنبدأ بنبذة مختصرة من العناصر الأساسية لنظرية الإحصاء المكاني المتعلقة بالجيولوجيا ثم نقدم خطوات تطبيق هذه النظرية على مشاكل تلوث البيئة .

١.٢ المفاهيم الأساسية Basic Concepts

١- أعتبر D مجالا أو منطقة للمتغير العشوائي z(x) ، $x \in D \in R^P$ حيث ٣ أو P = 2 اذ يمكن قياس هذا المتغير على عينة حجمها n من المواقع وهذه القياسات يرمز لها بالمتغير z(x) وقيمه :

$z(x_1), z(x_2),........z(x_n)$

وكل $z(x_i)$ تمثل قيمة التلوث في الموقع x_i

٢- وبسبب توزيع هذه القياسات في الفضاء فإن $z(x_i)$ تدعى بالمتغير الموقعي Regionalized variable في الإحصاء الجيولوجي التحليلي .

٣- المتغير الموقعي z(x) يعد مشاهدة مفردة (وإن مشاهدة مفردة من القياسات هي $[z(x_1), z(x_2),........z(x_n)]$ للعملية العشوائية $\{z(x), x \in D\}$.

احد أهداف الإحصاء الجيولوجي التحليلي هو تقدير تلوث في مواقع غير مقاسة في المنطقة D .

لأي نقطة x_0 غير مقاسة في المنطقة D أفضل مقدر للمتغير الموقعي $z(x_0)$ عند الموقع x_0 الذي يعطى بالتوقع الشرطي .

$$E[z(x_0) | \ z(x_1), z(x_2)..........z(x_n)] \qquad (1.1)$$

اذ أن $x_1,x_2..........x_n$ يمثل مواقع لقياسات المشاهدات $z(x_1), z(x_2),........z(x_n)$.

لحساب التوقع الشرطي يتطلب معرفة التوزيع الإحتمالي لـ (n+1) من المتغير

العشوائي $z(x)$ وبما أن إستدلال التوزيع الإحتمالي المشترك غيـر ممكـن عنـد مشاهدة واحدة one realization فقط ، نحتاج اذن مقدراً يتوفر فيه تحليـل مـن الإفتراضات وعادة يكون كافيا في هذه الحالـة فئـة مـن المقـدرات خطيـة . انظر Delfiner (1976), Olea (1975) .

المقدارت الخطية تتطلب فقط معرفة العزم الأول والثاني (الوسط والتباين) للتوزيع الإحتمالي للمتغير $z(x)$ ويكون من الممكن الحصول على هذه العزوم إذا أفترضنا خاصية المرحلية أو السكونية stationarity في المنطقة D فـي هـذه الحالة تعد القياسات عند نقطتين مختلفتين $z(x_i)$ و $z(x_{i+h})$ مشاهدتين متـرابطتين للمتغير العشوائي $z(x)$ يفصل بينهما مسافة h ويمكن اسـتخدام هـاتين القيمتـين لتقدير العزمين الأول والثاني للمتغير الموقعي $z(x)$.

إن إجراءات إستخدام المقدرات الخطية وفرضيات السـكون تشـير إلـى الإحصاء المكاني الخطي .

والإحصاء المكاني الخطي يستخدم في تقديرات معظم مشـاكل التلـوث . انظر Cerssie (1991) ومن الضروري الاشارة إلى أن الإحصاء الجيولـوجي الخطي الذي يتطلب إفتراضات في أخذ المشاهدات بأن تكون العينات بنفس الحجم والشكل وكذلك ان تكون صغيرة نسبياً قياسا إلى المواقع التي تؤخذ منهـا العينـة وهذا ما يسمى Point support وهي مهمة لمعظم مخططـات المعاينـة التـي تستخدم في تقدير التلوث . انظر Journel and Huijbregts (1978), David (1977) .

١.٣ منهجية الطرق الرياضية

يـجري تقدير التلوث في المجال (المنطقة) D علـى ثـلاث خطـوات: Istok and cooper (1988) .

الخطوة الأولى : كون تراكيز التلوث المقاسة تجميعية Additive وموزعة توزيعاً طبيعياً ومن الممكن إجراء تحويلات مناسبة ان لم تكن تتوزع توزيعاً طبيعياً مثل التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي الذي يحسن ملاءمة البيانات للتوزيع الطبيعي .

الخطوة الثانية : هي تقدير الإرتباط المكاني لأزواج التراكيز المقاسة كدالة للمسافة وللإتجاه وهذا ما يسمى بحساب شبه دالة الفايروكرام التجريبي Empirical semivariogram . (انظرالفصل الثاني)

والخطوة الثالثة : تسمى التحليل البنيوي وهي مطابقة نموذج نظري لشبه الدالة الفايروكرام التجريبي وسوف نقوم بإعادة كتابة هذه الخطوات على نحو رياضي أكثر تفصيلاً. وكما يأتي:

الخطوة الأولى : الخاصية التجميعية التي تتطلب كون المتغير المكاني تجميعيا أي أن تشكيلة الخطية Linear combinations لقيم المتغير الموقعي لها نفس المعنى. انظر Journel and Huijbregts (1978) .

وفي تطبيقات المياه الجوفية والتلوث يعني هذا أن التراكيز التي يعبر عنها في وحدات كتلة (وزن أو حجم) للمحلول في وحدة الحجم من السائل أو التربة هي التي تستخدم وهذا ما يتفق مع دراستنا في هذا البحث ويجب مراعاة خطوات تحليل في حالة دراسات بعدين (في المستوى) أو ثلاثة أبعاد (في الفراغ) .

والمتطلب الثاني للإحصاء الجيولوجي كون المتغير يتوزع توزيعاً طبيعياً على الرغم من أن تقنيات الإحصاء الجيولوجي درست أو طبقت في حالات كون التوزيع الإحتمالي الموقعي يكون مبتعداً عن التوزيع الطبيعي ، انظر Cressie and Hawkins (1980) إلا أنه يمكن تعديلها لتوزيع طبيعي بإستخدام تحويل مناسب أو بحذف قياسات خاطئة من البيانات ، انظر Armstrong (1984) وهناك طرق كثيرة لإختبار التوزيع الطبيعي للبيانات مثل احصائية مربع كاي . انظر Henley (1981) وطريقة Kolmogorov وSmirnov وغيرها من الطرق المتواجدة في كتب الإحصاء الرياضي ، وفي حالات كثيرة يستخدم

التحويل اللوغارتيمي لملاءمة المتغير الموقعي للتوزيع الطبيعي مثلاً يستخدم التحويل التالي :

$$Y(x) = \log[z(x) + A] \qquad (1.2)$$

اذ ان Y(x) اللوغاريتمي طبيعي المحول ، z(x) المتغير للبيانات الأصلية ، A ثابت حقيقي يضاف إلى z(x) لتحسين ملاءمة البيانات للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي. انظر Cressie (1993) .

الخطوة الثانية : حساب دالة شبه الفايروكرام التجريبي :– (انظر الفصل الثاني)

الخطوة الثالثة : التنبؤ عن العملية العشوائية .

إن التنبؤ عن العملية العشوائية يكون بإستخدام نموذج التنبؤ الخطي

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i z(x_i) \qquad (1.٣)$$

اذ يتم تقدير الأوزان λ_i بحيث أن متوسط مربع الخطأ MSE يكون أصغر ما يمكن

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{z}(x_i) - z(x_i))^2 = \text{minimum} \qquad (1.٤)$$

وكقاعدة عملية يجب أن يكون

$$MSE < S^2 \qquad (1.٥)$$

اذ أن S^2 تباين قيم العينة ، إذا كان MSE أقل من تباين العينة فإن مقدار التنبؤ Kriging سيكون أفضل .

١.٤ هدف البحث

أن هدف البحث هو التقدير الإجمالي لغبار الرصاص المتواجد في مدينة الموصل، وذلك من خلال حساب دالة شبه الفايروكرام بطريقة اختيار موقع مركزي الى حدِ ما على الخارطة، ومن ثم تطبيق اسلوب Kriging على مناطق غير مقاسة، فضلاً عن ذلك تم تحديد تباين التقدير مع حساب حدود الثقة لتقدير

الاجمالي كما يتم ايضاً حساب التباين الحاصل في التنبــؤ الــذي يعــرف بتبــاين Kriging والذي يرمز له σ_k^2.

٢.١ المقدمة :

الاحصاء المكاني يدرس المتغيرات المكانية التي نحصل عليها من الظواهر المكانية التي تشمل الخامات المعدنية (كالذهب ، النحاس ، النفط ... الخ) أو المياه الجوفية او المياه الطبيعية او تلوثات البيئة ، والاخير هو هدفنا في هذا البحث . تقدير او تنبؤ عن تقدير التلوث الموجود في مدينة الموصل من تراكيز مادة الرصاص الموجود في الغبار .

ان مهمة الباحثين في مجال الاحصاء المكاني هي التعرف على البنية او الهيكل Structure لنموذج دالة التغاير الذاتي (المكاني) Autocovariance function او دالة الارتباط الذاتي (المكاني) Autocorrelation function الموجودة بين المشاهدات الواقعة ضمن حقل ما من تلوث او مياه الجوفية او معادن او غيرها وقد اصبح من الممكن صياغة نماذج رياضية لبنية التغاير لاستخدامها على افضل واحسن تنبؤ عن الظاهرة قيد دراسة اذ وجد مقياس اخر للتغاير يعتمد على دراسة تباين الفروقات كما ذكرنا سابقا وهي دالة الفايروكرام التي تعتمد عليها في الدرجة الاساس المتنبئ الخطي $\hat{z}(x)$.

٢.٢ المتغيرات العشوائية المكانية

نفرض ان $D \subset R^P$ منطقة او مجال يمثل مجموعة جزئية من فضاء اقليدس ذي البعد الواحد P=1 او البعدين P=2 او الثلاثة ابعاد P=3 وافرض ان $z(x)$ تمثل مشاهدة عشوائية في الموقع x في المنطقة D اذ ان $x \in D \subset R^P$ ، $z(x)$ يمثل المتغير العشوائي من العملية التصادفية $\{ z(x), x \in D \}$ وعند الحصول على عينة حجمها n من المشاهدات ستكون ممثلة بالمشاهدة $z(x_1), z(x_2), \ldots\ldots\ldots\ldots z(x_n)$ وهذه المشاهدة تدعى عينة الدالة للعملية التصادفية $\{ z(x), x \in D \}$ فيكون لدينا المشاهدة $z(x_1), z(x_2), \ldots\ldots\ldots\ldots z(x_n)$ في المواقع $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ على التوالي و $x_i = (u_i, v_i)$ اذا كان ذا بعدين و $x_i = (u_i, v_i, w_i)$ اذا كان ذا ثلاثة ابعاد .

٢.٣ خواص المتغيرات العشوائية المكانية

Properties of Regionalized variables

٢.٣.١ العزوم Moments

لتكن $z(x_i)$ مشاهدات عند المواقــع x_i , $i = 1, 2, \ldots\ldots n$ فــالمتغير العشوائي $z(x)$ يفترض العزم الاول والثاني وكما ياتي انظر Cressie (1986) :

أ- العزم الأول من الرتبة الاولى (التوقع الرياضي) :

ليكن $z(x)$ متغيراً مكانياً في الموقع x واذا كان التوزيع الاحتمالي لــــ $z(x)$ له توقع فانه يعرف كما ياتي :

$$E\{z(x)\} = \mu \quad , \forall\ x \in D \qquad (2.1)$$

ب- العزم من الرتبة الثانية يشمل :

١-التباين Variance

عبارة عن دالة بدلالة x حول التوقع μ للمتغير المكاني $z(x)$ أي بمعنى :

$$\text{var}\{z(x)\} = E\{[z(x) - \mu]^2\} \quad , \forall x \in D \qquad (2.2)$$

٢-التغاير Covariance :

ليكن $z(x)$, $z(x+h)$ متغيرين مكانيين في موقعين x, x+h على التوالي فعندئذ سيكون لهما تغاير وكما ياتي :

$$\text{cov}(z(x), z(x+h)) = E\{[z(x) - \mu]\,[z(x+h) - \mu]\} = c(h)\ , \forall\ x \in D \qquad (2.3)$$

٣- دالة الفايروكرام Variogarm Function

اقترح Mathron (1975) دالة شبه الفايروكرام بازاحة h كما في الصيغة

$$\gamma(h) = \frac{1}{2}\frac{1}{n(h)}\sum_{i=1}^{n(h)}(z(x_i) - z(x_{i+h}))^2 \qquad (2.4)$$

وهي متوسط مربع الاختلافات الموجودة بين المشاهدات المكانية التي تبعد عن بعضها البعض إزاحة h ، اذ ان n(h) تمثل عدد أزواج المشاهدات التي تفصل $z(x_i)$ و $z(x_{i+h})$ بينها إزاحة h . انظر Steven and Cressie (1996).

تسمى المعادلة (2.4) دالة شبه الفايروكرام بسبب وجود $(\frac{1}{2})$ في الطرف الأيمن من المعادلة. أما إذا كتبت بالشكل :

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n(h)}\sum_{i=1}^{n(h)}(z(x_i) - z(x_{i+h}))^2 \qquad (2.5)$$

فإنها تسمى دالة الفايروكرام .

ودالة الفايروكرام عبارة عن دالة تمثل درجة إستمرارية الظاهرة (معدن ، مياه جوفية ، تلوثات جوية ... الخ) من الظواهر التي تحدث عادة في الإحصاء المكاني انظر Mohammed and Qassim (1997) . السبب في دراسة دالة الفايروكرام هو ان الصيغة الرياضية لها تمثل تباين الفروقات بين المشاهدات المكانية التي تبعد عن بعضها البعض إزاحة h ، وهذا هو ما يُدرس عادة في التقصي عن العمليات العشوائية اذ يستطيع دراسة الفروقات والحصول على معلومات عن العملية العشوائية على نحو أفضل .

وسوف نتناول في الفصل القادم تفاصيل رياضية من هذه الدالة وما هي علاقتها في التباين variance والتغاير covariance .

٢.٣.٢ المرحلية (السكون) Stationarity

اذا كان التوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرات العشوائية المكانية $z(x_i)$ هو نفس التوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرات $z(x_i + h)$ وكل x_i حيث $i = 1, 2, \ldots, n,$ فعندئذ يقال بان العملية

العشوائية { $z(x), x \in D$ } مرحلية بصرامة Strictly stationarity ويقال بان العملية العشوائية الاخيرة مرحلية من الرتبة الثانية Second Order إذا كان :

أ–العزم من الرتبة الاولى (التوقع الرياضي) :

$$E\{z(x)\} = \mu, \quad \forall x \in D \qquad (2.6)$$

موجود ولا يعتمد على موقع x

ب–العزم من الرتبة الثانية (التغاير) :

$$\operatorname{cov}(z(x), z(x+h)) = E\{z(x), z(x+h)\} - \mu^2 = \sigma(h) \qquad (2.7)$$

موجود ويعتمد على h فقط ، حيث ان h هي مسافة بين z(x+h), z(x)

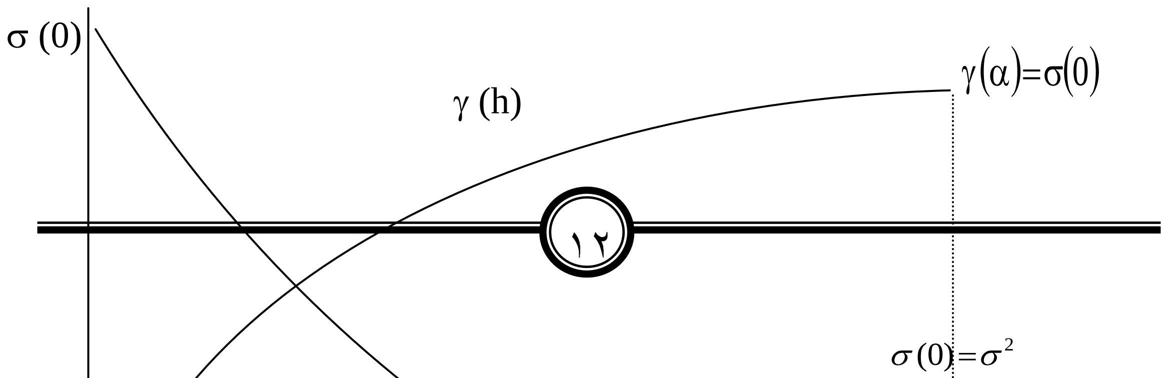
٢.٤ دالة الفايروكرام وخواص المتغيرات العشوائية المكانية

Variogram Function and Properties of Regionalized Variables

لقد بينا سابقا بان دالة الفايروكرام تمثل تباين الفروقات بين المشاهدات المكانية التي تبعد عن بعضها البعض مسافة h ، وانها ايضا تمثل درجة استمرارية الظاهرة (معدن ، مياه جوفية ، تلوثات الجوية ، .... الخ) انظر Mohammed and Qassim (1997) تحت الدراسة بنية التغاير المكاني ضمن المنطقة المحددة لحدوث الظاهرة وكلما ازدادت h بين المشاهدات كلما اصبح التغاير كبيرا حتى يستقر ارتفاعه عند مسافة معينة مثل h = a وهذه المسافة a تسمى بالمدى وبعدها نلاحظ تلاشي التغاير في دالة الفايروكرام حيث يستقر بقيمة ثابتة تساوي تباين المشاهدات أي :

$$\lim_{h \to \infty} \gamma(h) = \sigma(0) = \sigma^2 \qquad (2.٨)$$

كما في الشكل (١) انظر Stien (1987) .



وهذا يفسر على انه خارج منطقة الدراسة أي انه لا يوجد تاثير للظاهرة بعد المدى المحدد او يوجد بكميات صغيرة جدا .

وعند اقتراب h من الصفر من الجهة اليمنى فـان شـبه الفـايروكرام او الفايروكرام من المعادلة (٢.٤) يفترض ان يساوي صفراً . الا انـه احيانـا لا يساوي صفراً وانما سيكون له قيمة تساوي ψ_0 أي :

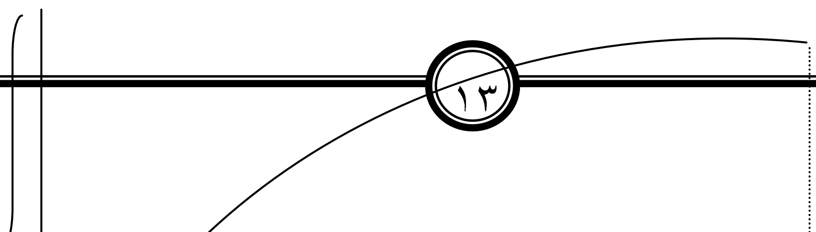
$$\lim_{h \to 0^+} \gamma(h) = \psi_0 \neq 0 \qquad (2.٩)$$

وعندئذ نقول ان هناك عدم استمرارية في نقطة الاصل (او ضـعف فـي استمرارية الظاهرة تحت الدراسة) ومقدار عـدم الاسـتمرارية هـو ψ_0 وهـذه الظاهرة في الاحصاء المكاني تسمى Nugget effect وهي الاخطاء العشـوائية في وحدات القياس عندما تتغير h فجأة من وحدات الملمتر الى وحدات المتـر او الكيلومتر كما يحدث في مناجم الذهب انظر الشكل (٢) وفي حالة تساوي دالـة الفايروكرام للتباين أي :

$$\gamma(h) = \sigma^2 \qquad (2.١٠)$$

فان $\sigma^2 = \psi + \psi_0$

وتسمى σ^2 بالاسم sill ويعد احد معلمات Parameter التي تظهر في دالة الفايروكرام .



وهناك علاقة تربط بين التغاير σ (h) ودالة شبه الفايروكرام γ (h) والتباين $\sigma^{٢}$

$$\gamma (h) = \sigma (0) - \sigma(h) \qquad (2.١١)$$

حيث ان $\sigma(0) = \sigma^2$ الذي يمثل التباين

ويمكن برهنة العلاقة (٢.١١) بالاعتماد على خاصية المرحلية من الرتبة الثانية حيث نلاحظ من تعريف γ (h) في المعادلة (٢.٥)

$$2\gamma (h) = \text{var} \{ z(x+h) – z(x)\} \qquad (2.12)$$

$$= \text{var} (z(x+h)) + \text{var} (z (x)) – 2\text{cov} (z(x+h), z(x))$$

$$= \sigma (0) + \sigma (0) - 2\sigma (h)$$

اذ ان $\text{var} (z(x+h)) = \text{var} (z(x)) = \sigma(0)$ (خاصية المرحلية)

$$2\gamma (h) = 2\sigma(0) - 2\sigma(h)$$

أي

$$\gamma (h) = \sigma(0) - \sigma(h)$$

٢.٥ الفرضية الاساسية للمتغير المكاني

Intrinsic Hypotheses of Regionalized variable

العملية العشوائية المكانية $\{z(x), x \in D\}$ تكون اساسية Intrinsic اذا كان :

١–التوقع الرياضي موجود ولا يعتمد على الموقع x أي ان :

$$E\{z(x)\} = \mu , \qquad \forall x \in D \qquad (2.13)$$

٢–لجميع المسافات h فان الزيادة $\{z(x+h) - z(x)\}$ يكون لها تباين محدد ولا يعتمد على x أي ان :

$$\text{var}\{z(x+h) - z(x)\} = E\{[z(x+h) - z(x)]^2\} = 2\gamma(h) \qquad (2.14)$$

أي وجود الفايروكرام . والفرضية الاساسية هي افتراض اضعف من الفرضية الاستقرارية . والفرضية الاساسية اكثر ما تستخدم على الاغلب في الاحصاء المكاني . انظر Cressie (1986) .

٢.٦ نماذج دالتي التغاير وشبه الفايروكرام

Models of Functions of Covariance and Variogram

نتيجة الدراسات المتعددة والمتنوعة في الاحصاء المكاني فقد استطاع العلماء تحديد نماذج خاصة لدالة التغاير والفايروكرام بحيث ان منطقة D ما ، لها نموذج تغاير يختلف عما هو في منطقة اخرى مثل *D وفيما يلي جدول (١) الذي يمثل نماذج مختلفة من دوال الفايركرام .

جدول رقم (١) نماذج دوال الفايروكرام

	اسم النموذج	الصيغة
١	النموذج الخطي Linear model	$\gamma(h) = \psi_0 + \psi h$

٢	النموذج الكروي spherical model	$\gamma(h)=\begin{cases}\psi_0+\psi , & h>a \\ \psi_0+\psi\left[\frac{3h}{2a}+\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a}\right)^3\right], & 0<h\le a \\ \psi_0 , & h=0\end{cases}$
٣	نموذج كاوس Gaussian model	$\gamma(h)=\psi[1-\exp(-h^2/2a^2)]$
٤	النموذج الاسي Exponential model	$\gamma(h)=\psi_0+\psi[1-\exp(-h/a)]$
٥	نموذج De wijsion	$\gamma(h)=3a\log h$

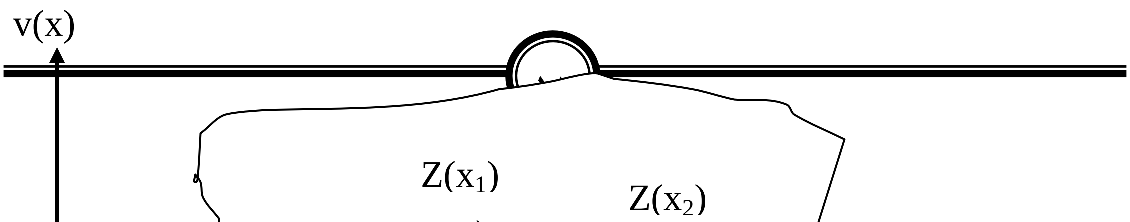
اذ ان a, ψ_0, ψ معلمات مجهولة تسمى مكونات التغـــاير او دوال شـــبه الفايروكرام للمتغيرات العشوائية المكانية . انظـــر Journel and Huijbregts (1978)

وقد اعتمدنا في الجدول (١) على نماذج الفايروكرام فقط لان افتـــراض معرفة دالة التغاير ربما يكون حرجا لان التباين في اغلب الدراسات العملية يكون غير معروف وفي هذه الحالة نستخدم الفرضية الاساسية Intrinsic hypotheses التي تعرفنا بدالة الفايروكرام فقط .

٢.٧ طرائق التنبؤ Prediction Methods

٢.٧.١ التنبؤ الابتدائي Elementary Prediction

التنبؤ Kriging هو كلمة مرادفة لمعنى التنبـــؤ الامثـــل عـــن العمليـــة العشوائية المكانية $\{z(x),\ x\in D\}$ $D\in R$, او بمعنى اخر هـــي عمـــل اســـتدلال Inference في مواقع معينة في المنطقة D عن المتغير $z(x_0)$ فـــي الموقـــع x_0 اعتمادا على القيم العشوائية في المنطقة D كما في الشكل (٣)



نفترض ان $z_i= z(x_i)$ $\quad i=1, 2, \ldots\ldots n, \forall x_i \in D,$

هي مشاهدات عند $x_1\, x_2, \ldots\ldots\ldots x_n$ ، $x_i=(u_i, v_i)$ في المستوي

والمطلوب افضل تقدير للعملية $z(x)$ عند $x=x_0$ اذ ان x_0 نقطة جديدة غير ملاحظة ان افضل مقدر خطي غير متحيز Best linear unbiased estimator إلى $z(x)$.

يدعى بمقدر كريك Kriging Estimator وله الشكل الاتي في المعادلة (١.٣) .Krige (1951)

وعادة نضع الفرضيات التالية للعملية $\{z(x), x\in D\}$

١-$\{z(x_0)\}$ عملية عشوائية مرحلية من الرتبة الثانية Second-order Stationarity .

٢-$\{z(x)\}$ ذات دالة التغاير σ (h) .

٣-$\sigma^2=\sigma(0)$ التباين محدود Finite variance وعندما يكون σ^2 غير محدود يمكن وضع الفرضيات الاساسية Intrinsic Hypotheses الاتية :

١-العملية $\{z(x)\}$ ذات زيادة مرحلية من الرتبة الثانية أي بمعنى $\{z(x)-z(0)\}$ هي عملية مرحلية من الرتبة الثانية اذ ان x=0 نقطة محدودة .